This Question Paper consists of 45 questions and 15 printed pages + Graph Sheet.
इस प्रश्न-पत्र में 45 प्रश्न तथा 15 मुद्रित पृष्ठ + ग्राफ शीट हैं।

Roll No. / अनुक्रमांक | | | | | | | | | | | | |

Code No. / कोड नं. **68/ESS/1**

SET/सेट **A**

MATHEMATICS
गणित
(311)

Day and Date of Examination : (परीक्षा का दिन व दिनांक) ____________________

Signature of Invigilators : (निरीक्षकों के हस्ताक्षर) 1. ____________________

2. ____________________

General Instructions :

1. Candidate must write his/her Roll Number on the first page of the Question Paper.
2. Please check the Question Paper to verify that the total pages and total number of questions contained in the Question Paper are the same as those printed on the top of the first page. Also check to see that the questions are in sequential order.
3. Making any identification mark in the Answer-Book or writing Roll Number anywhere other than the specified places will lead to disqualification of the candidate.
4. Write your Question Paper code No. **68/ESS/1-A** on the Answer-Book.
5. (a) The Question Paper is in English/Hindi medium only. However, if you wish, you can answer in any one of the languages listed below :
   English, Hindi, Urdu, Punjabi, Bengali, Tamil, Malayalam, Kannada, Telugu, Marathi, Oriya, Gujarati, Konkani, Manipuri, Assamese, Nepali, Kashmiri, Sanskrit and Sindhi.
   You are required to indicate the language you have chosen to answer in the box provided in the Answer-Book.
   (b) If you choose to write the answer in the language other than Hindi and English, the responsibility for any errors/mistakes in understanding the question will be yours only.
6. In case of any doubt or confusion in the question paper, the **English** Version will prevail.

सामान्य अनुदेश :

1. परीक्षार्थी प्रश्न-पत्र के पहले पृष्ठ पर अपना अनुक्रमांक अवश्य लिखें।
2. कृपया प्रश्न-पत्र को जाँच लें कि प्रश्न-पत्र के कुल पृष्ठों तथा प्रश्नों की उतनी ही संख्या है जितनी प्रथम पृष्ठ के सबसे ऊपर छपी है। इस बात की जाँच भी कर लें कि प्रश्न क्रमिक रूप में हैं।
3. उत्तर-पुस्तिका में पहचान-चिह्न बनाने अथवा निर्दिष्ट स्थानों के अतिरिक्त कहीं भी अनुक्रमांक लिखने पर परीक्षार्थी को अयोग्य ठहराया जायेगा।
4. अपनी उत्तर-पुस्तिका पर प्रश्न-पत्र की कोड संख्या **68/ESS/1-A** लिखें।
5. (क) प्रश्न-पत्र केवल हिंदी/अंग्रेजी माध्यम में है। फिर भी, यदि आप चाहें तो नीचे दी गई किसी एक भाषा में उत्तर दे सकते हैं :
   अंग्रेजी, हिंदी, उर्दू, पंजाबी, बँगला, तमिल, मलयालम, कन्नड़, तेलुगु, मराठी, उड़िया, गुजराती, कोंकणी, मणिपुरी, असमिया, नेपाली, कश्मीरी, संस्कृत और सिंधी।
   कृपया उत्तर-पुस्तिका में दिए गए बॉक्स में लिखें कि आप किस भाषा में उत्तर लिख रहे हैं।
   (ख) यदि आप हिंदी एवं अंग्रेजी के अतिरिक्त किसी अन्य भाषा में उत्तर लिखते हैं, तो प्रश्न को समझने में होने वाली त्रुटियों/गलतियों की जिम्मेदारी केवल आपकी होगी।
6. प्रश्नपत्र में किसी भी प्रकार के संदेह अथवा दुविधा की स्थिति में **अंग्रेजी** अनुवाद ही मान्य होगा।

MATHEMATICS
गणित
(311)

Time : 3 Hours] **[Maximum Marks : 100**

समय : 3 घण्टे] **[पूर्णांक : 100**

Note :

(i) This question paper consists of **45** questions in all.

(ii) **All** questions are **compulsory**.

(iii) Marks are given against each question.

(iv) **Section - A** consists of

(a) **Q.No. 1** to **20 -** Multiple Choice Type Questions (MCQs) carrying **1** mark each. Select and write the most appropriate option out of the four options given in each of these questions.

(b) **Q.No. 21** to **29 -** Objective Type Questions. **Q.No. 21 to 24** carry **2** marks each (with **two** sub-parts of **1** mark each). **Q.No. 25** to **28** carries **4** marks each (with **4** sub-parts of **1** mark each) and **Q.No. 29** carries **6** marks (with **6** sub-parts of **1** mark each). Attempt these questions as per the instructions given for each of the questions **21 to 29**.

(v) **Section - B** consists of

(a) **Q.No. 30** to **38 -** Very Short Answer Type Questions carrying **2** marks each.

(b) **Q.No. 39** to **43 -** Short Answer Type Questions carrying **4** marks each.

(c) **Q.No. 44** and **45 -** Long Answer Type Questions carrying **6** marks each.

निर्देश :

(i) इस प्रश्न-पत्र में कुल **45** प्रश्न हैं।

(ii) **सभी** प्रश्न **अनिवार्य** हैं।

(iii) प्रत्येक प्रश्न के सामने उसके अंक दिए गए हैं।

(iv) **खण्ड - क** में शामिल हैं :

(a) **प्रश्न संख्या 1** से **20** – बहुविकल्पीय प्रकार के प्रश्न हैं जो प्रत्येक **1** अंक का है। इन प्रश्नों में प्रत्येक के चार विकल्पों में से सबसे उपयुक्त विकल्प को चुनिए।

(b) **प्रश्न संख्या 21** से **29** – वस्तुनिष्ठ प्रश्न हैं। **प्रश्न संख्या 21 से 24** – प्रत्येक **2** अंकों का हैं (**दो** उपभाग के साथ प्रत्येक **1** अंक का है) **प्रश्न संख्या 25** से **28** प्रत्येक **4** अंकों का है (**चार** उपभाग प्रत्येक का **1** अंक) और **प्रश्न संख्या 29** के **6** अंक हैं (**छः** उपभाग प्रत्येक का **1** अंक) **प्रश्न संख्या 21** से **29** में प्रत्येक प्रश्न में दी गई सूचना अनुसार प्रश्नों के उत्तर दीजिए।

(v) **खण्ड - ख** में शामिल हैं :

(a) **प्रश्न संख्या 30** से **38** – अति लघु-उत्तरीय प्रकार के प्रश्न हैं और प्रत्येक के **2** अंक हैं।

(b) **प्रश्न संख्या 39** से **43** – लघु-उत्तरीय प्रकार के प्रश्न हैं और प्रत्येक के **4** अंक हैं।

(c) **प्रश्न संख्या 44** और **45** – दीर्घ उत्तरीय प्रकार के प्रश्न हैं और प्रत्येक के **6** अंक हैं।

Note/निर्देश :

(1) Answers of **all** questions are to be given in the Answer-Book given to you.
सभी प्रश्नों के उत्तर आपको दी गई उत्तर-पुस्तिका में ही लिखें।

(2) 15 minutes time has been allotted to read this Question Paper. The Question Paper will be distributed at 2 : 15 p.m. From 2 : 15 p.m. to 2 : 30 p.m., the students will read the Question Paper only and will not write any answer on the Answer-Book during this period.
इस प्रश्न-पत्र को पढ़ने के लिए 15 मिनट का समय दिया गया है। प्रश्न-पत्र का वितरण दोपहर में 2 : 15 बजे किया जाएगा। 2 : 15 बजे से 2 : 30 बजे तक छात्र केवल प्रश्न-पत्र को पढ़ेंगे और इस अवधि के दौरान वे उत्तर-पुस्तिका पर कोई उत्तर नहीं लिखेंगे।

SECTION - A / खण्ड - क

1. The points $A(-1, -1)$, $B(2, 3)$ and $C(-2, 6)$ are the vertices of : **1**

(A) an equilateral triangle (B) an isosceles triangle
(C) a scalene triangle (D) an isosceles right triangle

बिन्दु $A(-1, -1)$, $B(2, 3)$ और $C(-2, 6)$ शीर्ष है :

(A) एक समबाहु त्रिभुज के (B) एक समद्विबाहु त्रिभुज के
(C) एक विषमबाहु त्रिभुज के (D) एक समद्विबाहु समकोण त्रिभुज के

2. The slope of a line which makes an angle of 60° with the negative direction of x-axis, is : **1**
उस रेखा की प्रवणता, जो ऋणात्मक x-अक्ष की दिशा के साथ 60° का कोण बनाती है, है :

(A) $\frac{1}{\sqrt{3}}$ (B) $-\frac{1}{\sqrt{3}}$ (C) $\sqrt{3}$ (D) $-\sqrt{3}$

3. For the hyperbola $\frac{x^2}{16} - \frac{y^2}{9} = 1$, the length of the latus rectum is : **1**

(A) $\frac{9}{2}$ units (B) $\frac{8}{3}$ units (C) 3 units (D) 4 units

अति परवलय $\frac{x^2}{16} - \frac{y^2}{9} = 1$ के लिए नाभिलंब जीवा की लंबाई है :

(A) $\frac{9}{2}$ इकाई (B) $\frac{8}{3}$ इकाई (C) 3 इकाई (D) 4 इकाई

4. The radius of the circle $4x^2 + 4y^2 - 2x + 3y - 6 = 0$ is : **1**

(A) $\frac{\sqrt{37}}{4}$ units (B) $\frac{\sqrt{109}}{8}$ units (C) $\frac{\sqrt{71}}{6}$ units (D) $\frac{\sqrt{107}}{8}$ units

वृत्त $4x^2 + 4y^2 - 2x + 3y - 6 = 0$ की त्रिज्या है :

(A) $\frac{\sqrt{37}}{4}$ इकाई (B) $\frac{\sqrt{109}}{8}$ इकाई (C) $\frac{\sqrt{71}}{6}$ इकाई (D) $\frac{\sqrt{107}}{8}$ इकाई

5. The equation $x+7y-4=0$ in the slope-intercept form is : **1**

रेखा $x+7y-4=0$ का अंतखण्ड प्रवणता रूप है :

(A) $\frac{x}{4}+\frac{7y}{4}=1$ (B) $x=-7y+4$ (C) $y=-\frac{1}{7}x+\frac{4}{7}$ (D) $y=\frac{1}{7}x+\frac{4}{7}$

6. The two matrices $\begin{bmatrix} 2a & b \\ -4 & 6 \end{bmatrix}$ and $\begin{bmatrix} 3 & -2 \\ d & 3c \end{bmatrix}$ are equal for the values a, b, c, d : **1**

दो आव्यूह $\begin{bmatrix} 2a & b \\ -4 & 6 \end{bmatrix}$ तथा $\begin{bmatrix} 3 & -2 \\ d & 3c \end{bmatrix}$ बराबर होंगे, जब a, b, c, d के मान हैं :

(A) $a=\frac{3}{2}$, $b=-2$, $c=-2$, $d=4$ (B) $a=-\frac{3}{2}$, $b=-2$, $c=2$, $d=4$

(C) $a=\frac{3}{2}$, $b=-2$, $c=2$, $d=-4$ (D) $a=\frac{3}{2}$, $b=-2$, $c=2$, $d=4$

7. For the matrix $A=\begin{bmatrix} 2 & 3 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$ and $B=\begin{bmatrix} 0 \\ -1 \\ 3 \end{bmatrix}$: **1**

(A) AB exists (B) BA exists

(C) AB and BA both exists (D) Neither AB nor BA exists

आव्यूह $A=\begin{bmatrix} 2 & 3 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$ और $B=\begin{bmatrix} 0 \\ -1 \\ 3 \end{bmatrix}$ के लिए :

(A) AB का अस्तित्व है (B) BA का अस्तित्व है

(C) AB और BA दोनों का अस्तित्व हैं (D) AB और BA दोनों के ही अस्तित्व नहीं हैं

8. If $A=\begin{bmatrix} 1 & 6 \\ 3 & 2 \end{bmatrix}$, then $|A'|$, where A' denotes the transpose of the matrix A, is : **1**

यदि $A=\begin{bmatrix} 1 & 6 \\ 3 & 2 \end{bmatrix}$ है, तो $|A'|$, जहाँ A' आव्यूह A के परिवर्त को दर्शाता है, है :

(A) -16 (B) 16 (C) -8 (D) 8

9. The relation R defined in the set $A = \{x \in I, 0 \leq x \leq 12\}$ as $R = \{(a, b); a = b \; a, b \in A\}$ is : **1**

(A) reflexive. (B) transitive.

(C) symmetrical. (D) an equivalence relation.

समुच्चय $A = \{x \in I, 0 \leq x \leq 12\}$ में संबंध R जो निम्न प्रकार से परिभाषित है $R = \{(a, b); a = b \; a, b \in A\}$ एक :

(A) स्वंतुल्य है। (B) संक्रामक है।

(C) सममित है। (D) समतुल्य संबंध है।

10. The domain of the function $y = \sec^{-1} x$ is : **1**

(A) $[-1, 1]$ (B) R

(C) $x \geqslant 1$ or $x \leq -1$ (D) $R - \{0\}$

फलन $y = \sec^{-1} x$ का प्रांत है :

(A) $[-1, 1]$ (B) R

(C) $x \geqslant 1$ या $x \leq -1$ (D) $R - \{0\}$

11. Let * be a binary operation on the set N of natural numbers defined by the rule a*b = ab, for all, a, b ∈ N, then : **1**

(A) * is commutative.

(B) * is associative.

(C) * is both commutive and associative.

(D) * is neither commutive nor associative.

एक द्विआधारी संक्रिया * प्राकृतिक संख्याओं के समुच्चय N पर इस प्रकार परिभाषित है कि a*b = ab जहाँ सभी a, b ∈ N । तब :

(A) * क्रमविनिमेय है।

(B) * सहचारी है।

(C) * क्रमविनिमेय और सहचारी है।

(D) * न तो क्रमविनिमेय और न ही सहचारी है।

12. The inverse of the function $y = x^2$, for all $x \in R$ is : **1**

(A) $f^{-1}(x) = -x$ (B) $f^{-1}(x) = x$

(C) $f^{-1}(x) = |x|$ (D) does not exist

फलन $y = x^2$, जहाँ सभी $x \in R$, का प्रतिलोम फलन :

(A) $f^{-1}(x) = -x$ है। (B) $f^{-1}(x) = x$ है।

(C) $f^{-1}(x) = |x|$ है। (D) का अस्तित्व नहीं है।

13. If $y = (1 - x^2)^5$, then $\frac{dy}{dx}$ is : **1**

यदि $y = (1 - x^2)^5$ है, तो $\frac{dy}{dx}$ है :

(A) $5(1 - x^2)^4$ (B) $(1 - 2x)^5$

(C) $5(1 - x^2)^4 \, (-2x)$ (D) $5(1 - 2x)^4$

14. If $y = \sin 2x \cos 3x$, then $\frac{dy}{dx}$ is : **1**

यदि $y = \sin 2x \cos 3x$ है, तो $\frac{dy}{dx}$ है :

(A) $2 \cos 2x \cos 3x - 3 \sin 2x \sin 3x$ (B) $2 \cos 2x \cos 3x + 3 \sin 2x \sin 3x$
(C) $6 \cos 2x \sin 3x - 6 \cos 2x \sin 3x$ (D) $6 \cos 2x \sin 3x + 6 \cos 2x \sin 3x$

15. Which of the following is a vector quantity ? **1**

(A) Mass (B) Density (C) Force (D) Time

निम्न में कौनसी सदिश राशि है ?

(A) द्रव्यमान (B) घनत्व (C) बल (D) समय

16. The unit vector parallel to the resultant of vector $\vec{a} = 3\hat{i} - 2\hat{j} + \hat{k}$ and $\hat{b} = -2\hat{i} + 4\hat{j} + \hat{k}$ is : **1**

सदिशों $\vec{a} = 3\hat{i} - 2\hat{j} + \hat{k}$ और $\hat{b} = -2\hat{i} + 4\hat{j} + \hat{k}$ के परिणामी सदिश के समांतर एकक सदिश है :

(A) $\hat{i} + 2\hat{j} + 2\hat{k}$ (B) $\frac{1}{5}\left(\hat{i} + 2\hat{j} + 2\hat{k}\right)$

(C) $\frac{1}{3}\left(\hat{i} + 2\hat{j} + 2\hat{k}\right)$ (D) $\pm \frac{1}{3}\left(\hat{i} + 2\hat{j} + 2\hat{k}\right)$

17. The distance of the point (3, 4, −5) from the plane $2x - 3y + 3z + 27 = 0$ is : **1**

(A) 6 units (B) $\sqrt{22}$ units (C) $\frac{6}{\sqrt{22}}$ units (D) $\sqrt{132}$ units

समतल $2x - 3y + 3z + 27 = 0$ की बिंदु (3, 4, −5) से दूरी है :

(A) 6 इकाई (B) $\sqrt{22}$ इकाई (C) $\frac{6}{\sqrt{22}}$ इकाई (D) $\sqrt{132}$ इकाई

18. The equation of the line passing through the points (1, 4, 7) and (3, −2, 5) is : **1**

बिन्दूओं (1, 4, 7) और (3, −2, 5) से गुजरने वाली रेखा का समीकरण है :

(A) $\frac{x-1}{2} = \frac{y-4}{-6} = \frac{z-7}{-2}$ (B) $\frac{x-1}{2} = \frac{y-4}{2} = \frac{z}{12}$

(C) $\frac{x-1}{2} = \frac{y-4}{6} = \frac{z-7}{-2}$ (D) $\frac{x-1}{2} = \frac{y-4}{-2} = \frac{z-7}{2}$

19. Converse of the statement "If x is divisible by 4, then x is even" is : **1**

(A) If x is not divisible by 4, then x is not even.
(B) If x is even, then x is divisible by 4.
(C) If x is even, then x is not divisible by 4.
(D) If x is not divisible by 4, then x is even.

कथन ''यदि x, 4 से विभाजित है तो x एक सम संख्या है'' का विलोम कथन है :

(A) यदि x, 4 से विभाजित नहीं है, तो x सम संख्या नहीं है।
(B) यदि x सम संख्या है, तो x, 4 से विभाजित है।
(C) यदि x सम संख्या है, तो x, 4 से विभाजित नहीं है।
(D) यदि x, 4 से विभाजित नहीं है, तो x सम संख्या है।

20. The degree of the differential equation $\left(\frac{d^2y}{dx^2}\right)^2 + x^6\left(\frac{dy}{dx}\right)^4 = 0$ is : **1**

अवकल समीकरण $\left(\frac{d^2y}{dx^2}\right)^2 + x^6\left(\frac{dy}{dx}\right)^4 = 0$ की घात है :

(A) 2 (B) 4 (C) 6 (D) 10

21. Match **Column - I** statement with the correct option of **Column - II**. **1x2=2**

Column - I	**Column - II**
(a) The cofactor of the element -2 in the matrix $\begin{bmatrix} -1 & 3 & 6 \\ 2 & 5 & -2 \\ 4 & 1 & 3 \end{bmatrix}$ is	(P) 13
(b) If $A = \begin{bmatrix} -4 & 5 \\ 2 & -3 \end{bmatrix}$, then $\lvert \text{adj}\,A \rvert$ is	(Q) -2
	(R) -13
	(S) 2

कॉलम - I के कथनों को **कॉलम - II** के सही विकल्प से मिलाएँ।

कॉलम - I	**कॉलम - II**
(a) आव्यूह $\begin{bmatrix} -1 & 3 & 6 \\ 2 & 5 & -2 \\ 4 & 1 & 3 \end{bmatrix}$ के अवयव -2 का सहखण्ड है	(P) 13
(b) यदि $A = \begin{bmatrix} -4 & 5 \\ 2 & -3 \end{bmatrix}$ है, तो $\lvert \text{adj}\,A \rvert$ है :	(Q) -2
	(R) -13
	(S) 2

22. Fill in the blanks : **1x2=2**

(i) If $y = \sqrt{\sin^3 x}$, then $\frac{dy}{dx}$ is __________.

(ii) The order of the differential equation $x dx + y dy = 0$ is __________.

रिक्त स्थानों को भरिए :

(i) यदि $y = \sqrt{\sin^3 x}$ है, तो $\frac{dy}{dx}$ है __________ ।

(ii) अवकल समीकरण $x dx + y dy = 0$ की कोटि है __________ ।

23. Write True for correct statement and False for incorrect statements. **1x2=2**

(i) The relation "is a factor of" from R to R is reflexive and Transitive but not symmetric.

(ii) The function $f : \mathbf{R} \to \mathbf{R}$ defined by $f(x) = x^2 + 3$ is one-one and onto.

सही कथन के लिए सत्य और गलत कथन के लिए असत्य लिखिए :

(i) R से R में परिभाषित संबंध ''का गुणनखंड है'' स्वतुल्य तथा संक्रामक है परन्तु सममित नहीं है।

(ii) फलन $f : \mathbf{R} \to \mathbf{R}$ जो $f(x) = x^2 + 3$ द्वारा परिभाषित है एक एकैकी और आच्छादक फलन है।

24. Write the negation of each of the following statements : **1x2=2**

(i) The number is less than 5.

(ii) All prime numbers are odd.

निम्नलिखित कथनों का निषेधन लिखिए :

(i) संख्या 5 से छोटी है।

(ii) सभी अभाज्य संख्याएँ विषम संख्याएँ होती हैं।

25. Fill in the blanks : **1x4=4**

(i) It is not possible to add two matrices of __________ orders.

(ii) If A is an invertible matrix, then $(A^{-1})^{-1} =$ __________.

(iii) Three points are collinear if the area of the triangle formed by these three points is __________.

(iv) A square matrix A is said to be a _________ matrix, if $A' = -A$

रिक्त स्थानों को भरिए :

(i) __________ क्रमों के दो आव्यूहों का योग संभव नहीं है।

(ii) यदि आव्यूह A के लिए A^{-1} का अस्तित्व है, तो $(A^{-1})^{-1} =$ __________ ।

(iii) तीन बिंदु सरेख होंगे यदि इन बिन्दुओं से बनने वाली त्रिभुज का क्षेत्रफल _________ है।

(iv) एक वर्ग आव्यूह A एक _________ आव्यूह कहलाएगा यदि $A' = -A$ है।

26. Fill in the blanks : **1x4=4**

(i) If $y = \sin^{-1}(x^2)$, then $\frac{dy}{dx}$ is __________.

(ii) $\int 3^x 5^{-x} dx =$ __________.

(iii) The general solution of the first order linear differential equation $\frac{dy}{dx} + Py = Q$ is __________.

(iv) $\int_{-a}^{a} \frac{xe^{x^2}}{1 + x^2} dx =$ __________.

रिक्त स्थानों को भरिए :

(i) यदि $y = \sin^{-1}(x^2)$ है, तो $\frac{dy}{dx}$ है __________ ।

(ii) $\int 3^x 5^{-x} dx =$ __________ ।

(iii) कोटि एक के रैखिक अवकल समीकरण $\frac{dy}{dx} + Py = Q$ का अभिष्ट हल होता है __________ ।

(iv) $\int_{-a}^{a} \frac{xe^{x^2}}{1 + x^2} dx =$ __________ ।

27. Write True for correct statements and False for incorrect statements : **1x4=4**

(i) $\int_a^b f(x)\, dx = \int_a^b f(a + b - x)\, dx$.

(ii) If $x = at^2$ and $y = 2at$, then $\frac{d^2y}{dx^2} = t$.

(iii) The slope of normal to curve $y = f(x)$ at (x_1, y_1) is given by $\left(\frac{dy}{dx}\right)$ at (x_1, y_1)

(iv) The degree of a differential equation is the degree of the highest differential coefficient.

सही कथन के लिए सत्य और गलत कथन के लिए असत्य लिखिए :

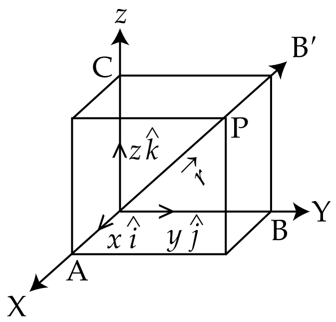
(i) $\int_a^b f(x)\, dx = \int_a^b f(a + b - x)\, dx$ ।

(ii) यदि $x = at^2$ और $y = 2at$ है, तो $\frac{d^2y}{dx^2} = t$ ।

(iii) वक्र $y = f(x)$ को बिन्दु (x_1, y_1) पर डाले गए अभिलंब की प्रवणता दर्शाई जाती है $\left(\frac{dy}{dx}\right)(x_1, y_1)$ पर द्वारा।

(iv) अवकल समीकरण की घात सबसे बड़ी कोटि वाले अवकलज की घात होती है।

28. Carefully study the figure given below and answer the following : **1x4=4**



(i) What are $x\hat{i}$, $y\hat{j}$ and $z\hat{k}$ called for the vector $\vec{r}$?

(ii) If $|\overrightarrow{OA}| = 4$, $|OB| = 5$ and $|OC| = 6$, then express OP in terms of its component vectors.

(iii) If $\vec{a}$, $\vec{b}$ and $\vec{c}$ are the position vectors of vertices A, B and C of ΔABC, then write the position vector of the centroid of ΔABC.

(iv) If $\vec{a}$ and $\vec{b}$ are the position vectors of A and B respectively, then find the position vector of the point which divides the join of A and B in the ratio 2 : 3 internally.

संलग्न चित्र को ध्यानपूर्वक पढ़िए और निम्न प्रश्नों के उत्तर दीजिए :

(i) सदिश $\vec{r}$ के संदर्भ में $x\hat{i}$, $y\hat{j}$ और $z\hat{k}$ को क्या कहा जाता है ?

(ii) यदि $|\overrightarrow{OA}| = 4$, $|OB| = 5$ तथा $|OC| = 6$ है, तो OP को घटक सदिशों के रूप में व्यक्त कीजिए।

(iii) यदि त्रिभुज ABC के शीर्षों A, B और C के स्थिति सदिशों को $\vec{a}$, $\vec{b}$ और $\vec{c}$ से दर्शाया जाए, तो त्रिभुज ABC के केन्द्रक का स्थिति सदिश लिखिए।

(iv) यदि $\vec{a}$ और $\vec{b}$, दो बिन्दुओं A और B के स्थिति सदिश है, तो उस बिंदु का स्थिति सदिश ज्ञात कीजिए जो A और B को मिलाने वाले रेखा-खंड को 2 : 3 के अनुपात में अन्त: विभाजित करता है।

29. Read the passage and answer the question that follow it. **1x6=6**

Let f be a real function and let c be any point in the domain of f. Then,

(i) c is called the point of local maxima if there exists h > 0 such that $f(c) \geq f(x)$, for all $x \in (c-h, c+h)$. The number $f(c)$ is called the local maximum value of f.

(ii) c is called the point of local minima. If there exists h > 0 such that $f(c) \leq f(x)$, for all $x \in (c-h, c+h)$.

The number $f(c)$ is called the local minimum value of f.
The values of x for which $f'(x) = 0$ are called stationary points or turning points.
The value of x for which $f'(x) = 0$ or $f'(x)$ does not exist are called critical points.
Further, the end of points of domain or f cannot be the points of local maxima or local minima.

Consider the function $f(x) = \left\{\dfrac{1 - x + x^2}{1 + x + x^2}\right.$ on **R**.

(i) How many critical points does the function $f(x)$ have ?
(a) 0 (b) 1 (c) 2 (d) 3

(ii) Which statement about the critical points of the function $f(x)$ is correct ?
   (a) All the critical points of $f(x)$ are positive.
   (b) All the critical points of $f(x)$ are negative.
   (c) Some critical points of $f(x)$ are positive while others are negative.
   (d) None of above as function $f(x)$ does not have any critical point.

(iii) At positive value of critical point of $f(x)$, the function $f(x)$ has :
   (a) Local maxima.
   (b) Local minima.
   (c) Neither local maxima nor local minima.
   (d) None of the above as function $f(x)$ have any critical point.

(iv) At negative value of critical point of $f(x)$, the function has :
   (a) Local maxima.
   (b) Local minima.
   (c) Neither local maxima nor local minima
   (d) None of the above as function $f(x)$ have any critical point.

(v) Local minimum value of $f(x)$ is :
   (a) 3 (b) $\frac{1}{3}$ (c) -1 (d) None of these

(vi) Local maximum value of $f(x)$ is :
   (a) 7 (b) 3 (c) 5 (d) None of these

निम्न गद्यांश को पढ़ें और नीचे लिखे प्रश्नों के उत्तर दीजिए :

मान लीजिए कि f एक वास्तविक फलन है और c, f के प्रांत का कोई बिंदु है तब,

(i) c को स्थानीय उच्चिष्ठ का बिंदु कहा जाता है यदि $h > 0$ का अस्तित्व इस प्रकार है कि सभी $x \in (c-h, c+h)$ के लिए $f(c) \geq f(x)$ संख्या $f(c)$ को f का स्थानीय उच्चिष्टमान कहा जाता है।

(ii) c को स्थानीय निम्नष्ठ का बिंदु कहा जाता है, यदि $h > 0$ का अस्तित्व इस प्रकार है कि सभी $x \in (c-h, c+h)$ के लिए $f(c) \leq f(x)$.

संख्या $f(c)$ को f का स्थानीय निम्निष्ठ मान कहा जाता है।

x के वे मान जिनके लिए $f'(x)=0$ स्तब्ध बिंदु या मोड़ बिंदु कहलाते है।

x के वे मान जिनके लिए $f'(x)=0$ या $f'(x)$ का कोई अस्तित्व नहीं है, क्रांतिक बिंदु कहलाते हैं।

इसके अलावा, f के प्रांत के अंतिम बिंदु, स्थानीय उच्चिष्ठ अथवा स्थानीय निम्नष्ठ बिंदु नहीं हो सकते हैं।

मान लें कि फलन **R** से संबद्ध है, तो $f(x) = \left\{\frac{1 - x + x^2}{1 + x + x^2}\right.$ ।

(i) $f(x)$ के कितने क्रांतिक बिंदु हैं ?
   (a) 0 (b) 1 (c) 2 (d) 3

(ii) निम्न कथन फलन $f(x)$ के क्रांतिक बिंदु के लिए सत्य है ?
   (a) $f(x)$ के सभी क्रांतिक बिंदु धनात्मक होते हैं।
   (b) $f(x)$ के सभी क्रांतिक बिंदु ऋणात्मक होते हैं।
   (c) $f(x)$ के कुछ क्रांतिक बिंदु धनात्मक और अन्य ऋणात्मक होते हैं।
   (d) ऊपरी कथनों में कोई भी सत्य नहीं है, क्योंकि $f(x)$ का कोई क्रांतिक बिंदु नहीं है।

(iii) धनात्मक क्रांतिक बिंदु पर, फलन $f(x)$ का :

(a) स्थानीय उच्चिष्ठ होगा।

(b) स्थानीय निम्नष्ठ होगा।

(c) न तो स्थानीय उच्चिष्ठ और न ही स्थानीय निम्नष्ठ होगा।

(d) ऊपर में दिए गए में से कोई भी नहीं है क्योंकि $f(x)$ का कोई क्रांतिक बिंदु नहीं है।

(iv) ऋणात्मक क्रांतिक बिंदु पर, फलन $f(x)$ का :

(a) स्थानीय उच्चिष्ठ होगा

(b) स्थानीय निम्नष्ठ होगा

(c) न तो स्थानीय उच्चिष्ठ और न ही स्थानीय निम्नष्ठ होगा

(d) ऊपर में दिए गए में से कोई भी नहीं है क्योंकि $f(x)$ का कोई क्रांतिक बिंदु नहीं है।

(v) $f(x)$ का स्थानीय निम्नष्ठ मान है :

(a) 3 (b) $\frac{1}{3}$ (c) -1 (d) इनमें से कोई नहीं

(vi) $f(x)$ का स्थानीय उच्चिष्ठ मान है :

(a) 7 (b) 3 (c) 5 (d) इनमें से कोई नहीं

SECTION - B / खण्ड - ख

30. Find the equation of the hyperbola with vertices at $(0, \pm 6)$ and $e = \frac{5}{3}$. **2**

उस अति परवलय का समीकरण ज्ञात कीजिए जिसके शीर्ष $(0, \pm 6)$ तथा उत्केन्द्रता $e = \frac{5}{3}$ है।

OR / अथवा

Find the equation of the ellipse, when focus is $(-1, 1)$, directrix is $x - y + 3 = 0$ and $e = \frac{1}{2}$.

दीर्घवृत्त का समीकरण ज्ञात कीजिए जिसकी नाभि $(-1, 1)$, उत्केन्द्रता $e = \frac{1}{2}$ तथा नियता $x - y + 3 = 0$ है।

31. Solve the matrix equation : $\begin{bmatrix} 2 & -3 \\ 1 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 \\ 3 \end{bmatrix}$ **2**

आव्यूह समीकरण हल कीजिए : $\begin{bmatrix} 2 & -3 \\ 1 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 \\ 3 \end{bmatrix}$

OR / अथवा

Solve for x : $\begin{vmatrix} 0 & 1 & 0 \\ x & 2 & x \\ 1 & 3 & x \end{vmatrix} = 0$

x के लिए हल कीजिए : $\begin{vmatrix} 0 & 1 & 0 \\ x & 2 & x \\ 1 & 3 & x \end{vmatrix} = 0$

32. Prove that $\begin{vmatrix} -a^2 & ab & ac \\ ab & -b^2 & bc \\ ac & bc & -c^2 \end{vmatrix} = 4a^2b^2c^2$ **2**

सिद्ध कीजिए : $\begin{vmatrix} -a^2 & ab & ac \\ ab & -b^2 & bc \\ ac & bc & -c^2 \end{vmatrix} = 4a^2b^2c^2$

33. Simplify : $\tan\left[\sin^{-1}\left(\sqrt{1-x}\right)\right]$ **2**

सरल कीजिए : $\tan\left[\sin^{-1}\left(\sqrt{1-x}\right)\right]$

34. Evaluate : $\lim_{x \to 3} \frac{|x-3|}{x-3}$ **2**

मान ज्ञात कीजिए : $\lim_{x \to 3} \frac{|x-3|}{x-3}$

OR / अथवा

Evaluate : $\lim_{x \to 0} \frac{\sin 3x}{x}$

मान ज्ञात कीजिए : $\lim_{x \to 0} \frac{\sin 3x}{x}$

35. If $y = \frac{x+1}{x-1}, (x \neq 1)$ find $\frac{d^2y}{dx^2}$ **2**

यदि $y = \frac{x+1}{x-1}, (x \neq 1)$ है, तो $\frac{d^2y}{dx^2}$ ज्ञात कीजिए।

OR / अथवा

If $y = \frac{1}{x}e^x$, Find $\frac{dy}{dx}$.

यदि $y = \frac{1}{x}e^x$ है, तो $\frac{dy}{dx}$ ज्ञात कीजिए।

36. If $\cos y = x\cos(a+y)$, then prove that $\frac{dy}{dx} = \frac{\cos^2(a+y)}{\sin a}$ **2**

यदि $\cos y = x\cos(a+y)$ है, तो सिद्ध कीजिए कि $\frac{dy}{dx} = \frac{\cos^2(a+y)}{\sin a}$

37. Find the distance of the point (3, 4, −5) from the plane $2x-3y+3z+27=0$. **2**
समतल $2x-3y+3z+27=0$ से बिंदु (3, 4, −5) की दूरी ज्ञात कीजिए।

38. Reduce the equation of the plane $4x-5y+6z-60=0$ to the intercept form. Find its intercepts on the coordinate axes. **2**
समतल के समीकरण $4x-5y+6z-60=0$ को अन्त: खण्ड स्वरूप में बदलिये। इसके निर्देशांक-अक्षों पर अन्त: खण्ड ज्ञात कीजिए।

39. For the ellipse $3x^2+2y^2=6$, find the lengths of minor and major axes, coordinate of foci, vertices and the eccentricity. **4**
दीर्घवृत्त $3x^2+2y^2=6$ के लिए उसके अक्षों की लंबाइयाँ, नाभियों के निर्देशांक, शीर्ष और उत्केन्द्रता ज्ञात कीजिए।

40. Using elementary column transformation, fluid the inverse of the matrix $A = \begin{bmatrix} 2 & -6 \\ 1 & -2 \end{bmatrix}$. **4**

प्रारम्भिक स्तंभ संक्रियाओं द्वारा आव्यूह A का व्यूत्क्रम ज्ञात कीजिए जहाँ $A = \begin{bmatrix} 2 & -6 \\ 1 & -2 \end{bmatrix}$ ।

41. Prove that : $\tan^{-1}\left(\frac{1}{7}\right) + \tan^{-1}\left(\frac{1}{13}\right) = \tan^{-1}\left(\frac{2}{9}\right)$ **4**

सिद्ध कीजिए : $\tan^{-1}\left(\frac{1}{7}\right) + \tan^{-1}\left(\frac{1}{13}\right) = \tan^{-1}\left(\frac{2}{9}\right)$

42. Find the value of $\int_0^{\pi/2} \frac{\sin x - \cos x}{1 + \sin x \cos x} dx$. **4**

मान ज्ञात कीजिए : $\int_0^{\pi/2} \frac{\sin x - \cos x}{1 + \sin x \cos x} dx$ ।

OR / अथवा

Evaluate : $\int_{-3}^{3} |x+1| \, dx$.

मान ज्ञात कीजिए : $\int_{-3}^{3} |x+1| \, dx$ ।

43. Prove that the lines **4**

$\frac{x+1}{3} = \frac{y+3}{5} = \frac{z+5}{7}$ and $\frac{x-2}{1} = \frac{y-4}{4} = \frac{z-6}{7}$ are coplanar. Also, find the equation of the plane containing these lines.

सिद्ध कीजिए कि रेखाएँ $\frac{x+1}{3} = \frac{y+3}{5} = \frac{z+5}{7}$ और $\frac{x-2}{1} = \frac{y-4}{4} = \frac{z-6}{7}$ समतलीय है। उस समतल का समीकरण भी ज्ञात कीजिए जिसमें ये रेखाएँ स्थित हैं।

44. A machine producing either products A or B can produce one unit of A by using 2 units of chemicals and 1 unit of a compound and can produce one unit of B by using 1 unit of chemicals and 2 units of the compound. Only 800 units of chemicals and 1000 units of the compound are available. The profit available per unit of A and B are respectively ₹ 30 and ₹ 20. Find the optimum allocation of units between A and B to maximise, the total profit. Find the maximum profit. **6**

उत्पाद A या B का उत्पादन करने वाली एक मशीन, A की 1 इकाई के उत्पादन के लिए 2 इकाई रसायन और 1 इकाई यौगिक का उपयोग करती है; और B की 1 इकाई के उत्पादन के लिए 1 इकाई रसायन और 2 इकाई यौगिक का उपयोग करती है। केवल 800 इकाई रसायन और 1000 इकाई यौगिक की मात्रा उपलब्ध है। A और B की प्रत्येक इकाई पर क्रमश: ₹ 30 और ₹ 20 का लाभ अर्जित करती है। अधिकतम लाभ अर्जित करने हेतु इकाइयों A और B का इष्टतम आबंटन खोजिए। अधिकतम लाभ भी ज्ञात कीजिए।

OR / अथवा

A manufacturer produces nuts and bolts. It takes 1 hour of work on machine A and 3 hours on machine B to produce a package of nuts. It takes 3 hours on machine A and 1 hour on machine B to produce a package of bolts. He earns a profit of ₹ 17.50 per package on nuts and ₹ 7 per package on botts. How many packages of each should be produced each day so as to maximise his profits if he operates his machine for at the most 12 hours a day ? Form the above as a L.P.P. and then solve it graphically.

एक निर्माता 'नट' और 'बोल्ट' का उत्पादन करता है। नट्स का एक पैकेट तैयार करने में मशीन A पर 1 घंटा काम करना पड़ता है और मशीन B पर 3 घंटे काम करना पड़ता है। बोल्ट का एक पैकेट तैयार करने में मशीन A पर 3 घंटे काम करना पड़ता है और मशीन B पर 1 घंटा काम करना पड़ता है। निर्माता को नट्स के एक पैकट और बोल्ट के एक पैकेट पर क्रमश: ₹ 17.50 और ₹ 7 का लाभ प्राप्त होता है। यदि वह इन दोनों मशीनों का प्रतिदिन 12 घंटे उपयोग करता हो, तो अधिकतम लाभ अर्जित करने के लिए, उसको प्रतिदिन इन दोनों उत्पादकों के कितने-कितने पैकेट तैयार करने होंगे ? एक रैखिक प्रोग्रामन समस्या बनाइए और आलेख विधि से हल कीजिए।

45. Show that of all the rectangles of given perimeter, the square has the greatest area. **6**

दर्शाइए की दिये गए परिमाप के आयतों में से वर्ग का क्षेत्रफल अधिकतम होता है।

OR / अथवा

Find the point on the curve $y^2 = 4x$ which is nearest to the point (z, 1).

वक्र $y^2 = 4x$ का वह बिंदु ज्ञात कीजिए जो बिंदु (z, 1) से निकटतम दूरी पर है।

- o O o -